

自适应交互集合 Kalman 滤波的动态精密单点定位

Dynamic Precise Point Positioning
Based on Adaptive Interacting Ensemble Kalman Filtering王双红¹ 聂建亮²(中原工学院电子信息学院¹,河南 郑州 450007;国家测绘局大地测量数据处理中心²,陕西 西安 710054)

摘要: 为了进一步提高动态精密单点定位的解算精度,采用交互多模型思想构建动态精密单点定位解算模型。采用集合 Kalman 滤波算法降低 GPS 数据中因非高斯噪声正态化处理造成的精度损失;利用状态预测向量残差信息,采用自回归模型(AR)修正当前历元的预报值,提高动力学模型的可靠性;根据单位权中误差自适应选取最终滤波解。对某载 GPS 数据进行验证,计算结果表明,自适应交互集合 Kalman 滤波是一种性能可靠、精度高的滤波算法。

关键词: 交互多模型 卡尔曼滤波 GPS 非线性 数据采集

中图分类号: TP274 **文献标志码:** A

Abstract: In order to further improve the solving accuracy of dynamic precise point positioning (DPPP), by adopting the concept of interacting multiple model, the solving model of DPPP is set up. By using ensemble Kalman filtering algorithm, the accuracy loss caused by normality processing of the non Gaussian noise in GPS data is reduced. With help of predicated state vector residuals information, and applying autoregressive (AR) model, the current epoch forecast value is corrected to enhance the reliability of dynamics model, the final filtering result is selected in accordance with error adaptation of unit weight. Using certain onboard GPS data for validation, the result of calculation indicates that the adaptive interacting ensemble Kalman filtering is a reliable and high precise filtering algorithm.

Keywords: Interacting multiple models (IMM) Kalman filtering GPS Nonlinear Data acquisition

0 引言

自 1997 年 Zumbeger 等人提出了精密单点定位技术以来^[1],国内外许多学者纷纷投入到该技术的研究之中,并将其应用于导航^[2-3]、定轨^[4]等领域。在削弱各种误差影响的基础上,非高斯噪声、非线性方程线性化成为影响定位精度的重要因素。对于非高斯噪声与非线性方程线性化处理,可以采用抗差估计与蒙特卡罗方法进行控制^[5-12]。另外,标准的常速度或常加速运动等模型往往与实际运动轨迹的符合性较差^[13-14],而交互多模型算法^[15](interacting multiple models, IMM)通过调整各个模型的概率可以实现不同模型之间的切换,从而达到全面适应的效果。

本文在固定模糊度基础^[16-17]上,建立基于集合 Kalman、优化动力学模型的 Kalman 与标准 Kalman 的交互多模型,提高动态定位的解算精度;利用集合 Kalman,降低由非高斯噪声与非线性方程线性化造成

的精度损失;根据状态预测残差信息,采取移动窗口方法修正动力学模型,提高状态预报值的精度;最后根据交互多模型选取当前历元最佳的滤波解。

1 动态精密单点定位模型

1997 年,Zumbeger 等人给出的利用精密单点定位技术计算非差载波相位与伪距的观测方程为^[1]:

$$\begin{cases} P_i^j = \rho_i^j + c\delta t_i - c\delta t^j + \delta\Phi_{\text{trop}} + \delta\Phi_{\text{iono}} + \delta\Phi_{\text{rel}} + \delta\Phi_{\text{tidy}} + \dots + \varepsilon_p \\ L_i^j = \rho_i^j + c\delta t_i - c\delta t^j + \delta\Phi_{\text{trop}} - \delta\Phi_{\text{iono}} + \delta\Phi_{\text{rel}} + \delta\Phi_{\text{tidy}} + \lambda N + \dots + \varepsilon_l \end{cases}$$

式中: i, j 分别为测站、卫星号; P_i^j, L_i^j 分别为伪距、载波观测值; ρ_i^j 为测站与卫星的几何距离; $\delta t_i, \delta t^j$ 分别为接收机钟差、卫星钟差; $\delta\Phi_{\text{trop}}, \delta\Phi_{\text{iono}}$ 为对流层延迟、电离层延迟; $\delta\Phi_{\text{rel}}$ 为相对论效应; $\delta\Phi_{\text{tidy}}$ 为潮汐影响; $\varepsilon_p, \varepsilon_l$ 分别为伪距、载波相位的观测噪声; λ 为载波波长; N 为整周模糊度。

精密单点定位通常将模糊度作为状态参数进行估计,葛茂荣等人提出了固定星间单差观测值模糊度算法^[16]。基于单差模糊度固定的思想,固定动态精密单点定位的模糊度可以减少未知参数的个数,大大提高动态精密单点定位的收敛速度。固定模糊度后,采用动态 Kalman 滤波方法估计运动载体的运动轨迹。

国家自然科学基金资助项目(编号:61074022)。

修改稿收到日期:2012-08-28。

第一作者王双红(1978-),女,2005 年毕业于郑州大学控制专业,获硕士学位,讲师;主要从事测控技术与信号处理方面的研究工作。

2 集合 Kalman 滤波

集合 Kalman 滤波 (EnKF) 方法是一种基于蒙特卡罗随机采样的卡尔曼滤波算法,能够处理非高斯噪声与非线性问题,因此,该方法被应用于大气预报^[17]等领域。EnKF 根据先验信息 $(\bar{X}_{k-1}, \Sigma_{\bar{X}_{k-1}})$ 随机采样,得到样本集 $\bar{X}_{k-1}^E = \{\bar{X}_{k-1,i}^E, i=1, 2, \dots, N\}$,将样本集 \bar{X}_{k-1}^E 代入动力学模型,得到第 k 历元的状态参数预报值的样本集 $\bar{X}_k^E = \{\bar{X}_{k,i}^E, i=1, 2, \dots, N\}$,即:

$$\bar{X}_{k,i}^E = \Phi_{k,k-1} \bar{X}_{k-1,i}^E \quad (1)$$

式中: $\Phi_{k,k-1}$ 为状态转移矩阵。

状态参数预报值的样本集的均值 \bar{X}_k 和协方差矩阵 $\Sigma_{\bar{X}_k}$ 分别为^[11-12]:

$$\bar{X}_k = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \bar{X}_{k,i}^E \quad (2)$$

$$\Sigma_{\bar{X}_k} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\bar{X}_{k,i}^E - \bar{X}_k) (\bar{X}_{k,i}^E - \bar{X}_k)^T \quad (3)$$

预测残差的协方差矩阵 $\Sigma_{\bar{V}_k}$ 以及预测残差与预测值的互协方差矩阵 $\Sigma_{\bar{X}_k \bar{V}_k}$ 为^[11-12]:

$$\Sigma_{\bar{V}_k} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N [f(\bar{X}_k) - f(\bar{X}_{k,i}^E)] [f(\bar{X}_k) - f(\bar{X}_{k,i}^E)]^T \quad (4)$$

$$\Sigma_{\bar{X}_k \bar{V}_k} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\bar{X}_k - \bar{X}_{k,i}^E) [f(\bar{X}_k) - f(\bar{X}_{k,i}^E)]^T \quad (5)$$

式中: $f(\cdot)$ 为非线性观测方程。

增益矩阵 K_k 为:

$$K_k = \Sigma_{\bar{X}_k \bar{V}_k} (\Sigma_{\bar{V}_k} + \Sigma_k)^{-1} \quad (6)$$

第 i 个样本的滤波解为:

$$\hat{X}_{k,i} = \bar{X}_{k,i}^E + K_k [L_{k,i} - f(\bar{X}_{k,i}^E)] \quad (7)$$

对应的观测残差为:

$$V_{k,i} = A_{k,i} \hat{X}_{k,i} - L_{k,i} \quad (8)$$

EnKF 的滤波解及对应的协方差矩阵为^[11-12]:

$$\bar{X}_k = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{X}_{k,i} \quad (9)$$

$$\Sigma_{\bar{X}_k} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\hat{X}_k - \hat{X}_{k,i}) (\hat{X}_k - \hat{X}_{k,i})^T \quad (10)$$

各个样本根据先验信息随机采样得到,精度将有所差别。而式(9)~式(10)按照等权处理,这将影响最终滤波解及协方差矩阵的精度。因此,本文采用样本残差二次型重新标定各个样本的权值:

$$w_i = \frac{\sigma_0^2 n}{V_{k,i}^T R^{-1} V_{k,i}} \quad (11)$$

式中: $V_{k,i}$ 为第 i 样本的残差; R 为观测噪声的协方差

矩阵; n 为多余观测数; σ_0 为方差因子。

相应的 EnKF 滤波解及协方差矩阵为:

$$\bar{X}_k = \frac{\sum_{i=1}^N w_i \hat{X}_{k,i}}{\sum_{i=1}^N w_i} \quad (12)$$

$$\Sigma_{\bar{X}_k} = \frac{\sum_{i=1}^N w_i (\hat{X}_k - \hat{X}_{k,i}) (\hat{X}_k - \hat{X}_{k,i})^T}{\sum_{i=1}^N w_i} \quad (13)$$

3 自适应交互集合 Kalman 滤波

为了可靠地反映先验信息,EnKF 样本集通常包含大量的样本,即使增加两个样本也不会大大增加 EnKF 的计算负担。利用 AR 模型拟合预报状态值 $V_{\bar{X}_k}$,在某些历元能有效补偿动力学模型误差,提高状态参数预报值的可靠性,进而提高滤波解的精度^[14];而动力学模型误差补偿方法可能在少数历元使预测值偏离真实情况,从而影响计算结果的精度。理论上,EnKF 通过大量样本计算才能获取真实运动轨迹,有限个数的随机样本仅能最大程度逼近真实状态,甚至在某些历元解算结果也偏离运动轨迹。

鉴于 EnKF 与 AR 补偿动力学误差的 Kalman 滤波的特点,提出了自适应交互 EnKF 算法,采用 EnKF、AR 补偿动力学误差的 Kalman 滤波与标准 Kalman 滤波构造交互模型(以下简称 3 种模型),选取当前历元 3 种模型的最佳计算结果作为最终结果。

自适应交互 EnKF 的计算步骤如下。

1) 对数据进行初始化,包括定义样本个数、AR 模型的阶次、状态参数的初始值及对应协方差。

2) EnKF 滤波解的计算:①根据先验信息随机取 N 个样本;②计算每一个样本的预报值;③计算样本集的 \bar{X}_k 、 $\Sigma_{\bar{X}_k}$ 、 $\Sigma_{\bar{V}_k}$ 、 $\Sigma_{\bar{V}_k \bar{X}_k}$;④计算每一个样本的滤波解;⑤计算样本集的 \bar{X}_k 、 $\Sigma_{\bar{X}_k}$ 、 $V_{\bar{X}_k}$ 、 $\sigma_{0,3}^2$ 。

3) AR 补偿动力学误差的 Kalman 滤波解的计算:①根据先验信息计算 \bar{X}_k 、 $\Sigma_{\bar{X}_k}$;②利用 AR 模型 $V_{\bar{X}_k}$,补偿动力学模型误差;③计算样本集的 \bar{X}_k 、 $\Sigma_{\bar{X}_k}$ 、 $V_{\bar{X}_k}$ 、 $\sigma_{0,2}^2$ 。

4) Kalman 滤波解的计算:①根据先验信息计算 \bar{X}_k 、 $\Sigma_{\bar{X}_k}$;②计算样本集的 \bar{X}_k 、 $\Sigma_{\bar{X}_k}$ 、 $V_{\bar{X}_k}$ 、 $\sigma_{0,3}^2$ 。

5) 比较 3 种模型的单位权中误差 (root mean square, RMS),确定最优计算结果。

6) 返回步骤 2),直至数据计算结束。

4 算例分析

算例所用数据为一组动态 GPS 实测数据。数据采

集时间为 2005 年 5 月 12 日,使用两台 GPS 接收机,其中一台固定在参考站,另一台安置在飞机上,飞机飞行 4 个多小时,最后返回原处。为了比较和分析定位效果,采用 GrafNav 计算的双差定位结果作为“真值”,定位结果与“真值”作差。

在处理 GPS 数据过程中,动力学模型采用常加速模型,其中加速度的谱密度取 $1 \text{ m}^2/\text{s}^2$,对流层延迟的谱密度为 $10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}^2$,随机样本取 200 个;AR 阶次取 3。算例采用以下 5 种方案计算。

- ① Kalman 滤波;
- ② 基于修正动力学模型的 Kalman 滤波;
- ③ EnKF;
- ④ 基于方案 2 与方案 1 的交互模型;
- ⑤ 自适应交互 EnKF。

各方案误差统计如表 1 所示。

表 1 各方案误差统计
Tab.1 The error statistics of each scheme

方案	误差/cm		
	X 轴	Y 轴	Z 轴
1	8.9	1	8.9
2	9.1	2	9.1
3	8.9	3	8.9
4	9.1	4	9.1
5	8.8	5	8.8

由以上分析可以得到如下结论。

- ① 固定模糊度基础上,采用 Kalman 滤波方法实现了 X、Y、Z 这 3 个坐标分量 10 cm 以下的定位精度。
- ② 方案 2 和 4 采用 AR 模型,根据预报状态不符值修正动力学模型,在平稳状态下,能够优化状态预报值;而在其他情况下,该方法可能造成预报值精度更差。AR 模型的阶次一般通过多次计算选取最佳值。
- ③ EnKF 方法根据先验信息随机采样,在一定程度上削弱了非高斯噪声正态化与非线性方程线性化造成的精度损失。
- ④ 自适应交互 EnKF 发挥了 EnKF 克服方程线性化与非高斯噪声以及动力学误差补偿滤波的优点,根据 3 种模型的单位权中误差选取最优计算结果,从而增强了结果的可靠性与精度。但该方法与 EnKF 都需要大量的样本逼近先验信息的分布,这就造成了该方法的计算效率较差,另外少量样本不能得到较好的计算结果。

5 结束语

动态精密单点定位可能由于非高斯噪声与非线性

方程线性化影响造成精度损失,自适应交互 EnKF 是一种基于蒙特卡罗的动态滤波算法,该算法充分发挥了 EnKF 与动力学模型误差补偿方法的长处,不仅抑制了非高斯与非线性因素的影响,而且增强了算法的可靠性。但该方法需要大量样本进行逼近噪声分布,这就大大降低了该方法的计算效率;由于随机采样,可能造成不同次计算的滤波解存在细微差别。因此,后续工作中需要寻求更佳的滤波算法。

参考文献

- [1] Zumbeger J F, Heflin M B, Jefferson D C, et al. Precise point positioning for efficient and robust analysis of GPS data from large networks[J]. Journal of Geophysical Research, 1997(102):5005-5017.
- [2] 张小红,刘经南, Forsberg R. 基于精密单点定位技术的航空测量应用实践[J]. 武汉大学学报:信息科学版, 2006, 31(1):19-22.
- [3] Gao Y, Zhang Y, Chen K. Development of real time single frequency precise point positioning system and test results[C]//ION GNSS, 2006:2297-2303.
- [4] 韩保民,杨元喜. 基于 GPS 精密单点定位的低轨卫星几何法定轨[J]. 西南交通大学学报:自然科学版, 2007, 42(1):75-79.
- [5] 杨元喜. 动态系统的抗差 Kalman 滤波[J]. 解放军测绘学院学报, 1997, 14(2):79-84.
- [6] 杨元喜,何海波,徐天河. 论动态自适应滤波[J]. 测绘学报, 2001, 30(4):293-298.
- [7] 崔先强,杨元喜. 分类因子自适应抗差滤波[J]. 自然科学进展, 2006, 16(4):490-494.
- [8] 杨元喜,高为广. 基于方差分量估计的自适应融合导航[J]. 测绘学报, 2004, 33(1):22-26.
- [9] 聂建亮,杨元喜,吴富梅. 一种基于改进粒子滤波的动态精密单点定位算法[J]. 测绘学报, 2010, 39(4):338-343.
- [10] Merwe R. Sigma-point Kalman filters for probabilistic inference in dynamic state-space models[D]. Portland: Oregon Health Science University, 2004.
- [11] Geir E. The Ensemble Kalman filter: theoretical formulation and practical implementation[J]. Ocean Dynamics, 2003, 53(4):343-367.
- [12] 杜航原,郝燕玲,赵玉新. 基于集合卡尔曼滤波的改进粒子滤波算法[J]. 系统工程与电子技术, 2011, 33(7):1653-1657.
- [13] Zhou H R, Kumar K. A current statistical model and adaptive algorithm for estimating maneuvering targets[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 1984, 7(5):596-602.
- [14] 高为广. GPS/INS 自适应组合导航算法研究[D]. 郑州:解放军信息工程大学, 2008.
- [15] Blom H, Bar Shalom Y. The interacting multiple model algorithm for systems with markovian switching coefficients[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1988, 33(8):780-783.
- [16] Ge M, Gendt G, Rothacher M, et al. Resolution of GPS carrier-phase ambiguities in precise point positioning with daily observations[J]. Journal of Geodesy, 2008, 82(7):389-399.
- [17] Gerrit B, Peter J, Geir E. Analysis scheme in the ensemble Kalman filter[J]. Monthly Weather Review, 1998(126):1719-1724.